工程经济学

第四章 资金的时间价值

第一节 资金时间价值的基本概念

一、资金时间价值的概念

所谓资金的时间价值是指资金的价值随着时间的变化而发生变化。也就是说货币在不同时间的价值是不一样的，今天的一元钱与一年后的一元钱其价值不等。

- 资金的时间价值存在的条件有两个:
- 一是将货币投入生产或流通领域，使货币转化为资金，从而产生的增值（称为利润或收益）；
- 二是货币借贷关系的存在，货币的所有权及使用权的分离。比如把资金存入银行或向银行借贷所得到或付出的增值额（称为利息）。

二、资金时间价值的度量

资金的时间价值一般用利息和利率来度量。

- 利息是借款者支付给贷款者超出本金的那部分金额。利息是利润的一部分。在我国，利息是社会一部分国民收入的再分配，它作为对储蓄的一种物质奖励和对借款的经济监督手段。

- 利率是一定时期内所付利息额与所借资金额之比，即利息与本金之比。用于表示计算利息的时间单位称之为计息周期（或称利息周期）。以年为计息周期的利率称年利率，以月为计息周期称为月利率，等等，通常年利率用百分比（%）表示；月利率用千分比（‰）表示；日利率用万分比（）表示。

三、单利与复利

（一）单利

每期均按原始本金计息，这种计算方式称为单利。在单利计息的情况下，利息与时间是线性关系，不论计息周期数为多大，只有本金计息，而利息不再计息。

设P代表本金，n代表计息周期数，i代表利率，I代表总利

息，F代表期末的本利和，则计算单利的公式为：

$$F=P(1+n\ i)$$

n年末的总利息：$I=P\cdot n\cdot i$
(4-2)

单利虽然考虑了资金的时间价值，但对以前已经产生的

利息并没有转入计息基数而累计计息。因此，单利计算资金的时间价值是不完善的。

（二）复利

将本期利息转为下期的本金，下期按本期期末的本利和计息，这种计息方式称为复利。在以复利计息的情况下，除本金计算之外，利息再计利息，即“利滚利”。

$$F=P(1+i)^n$$

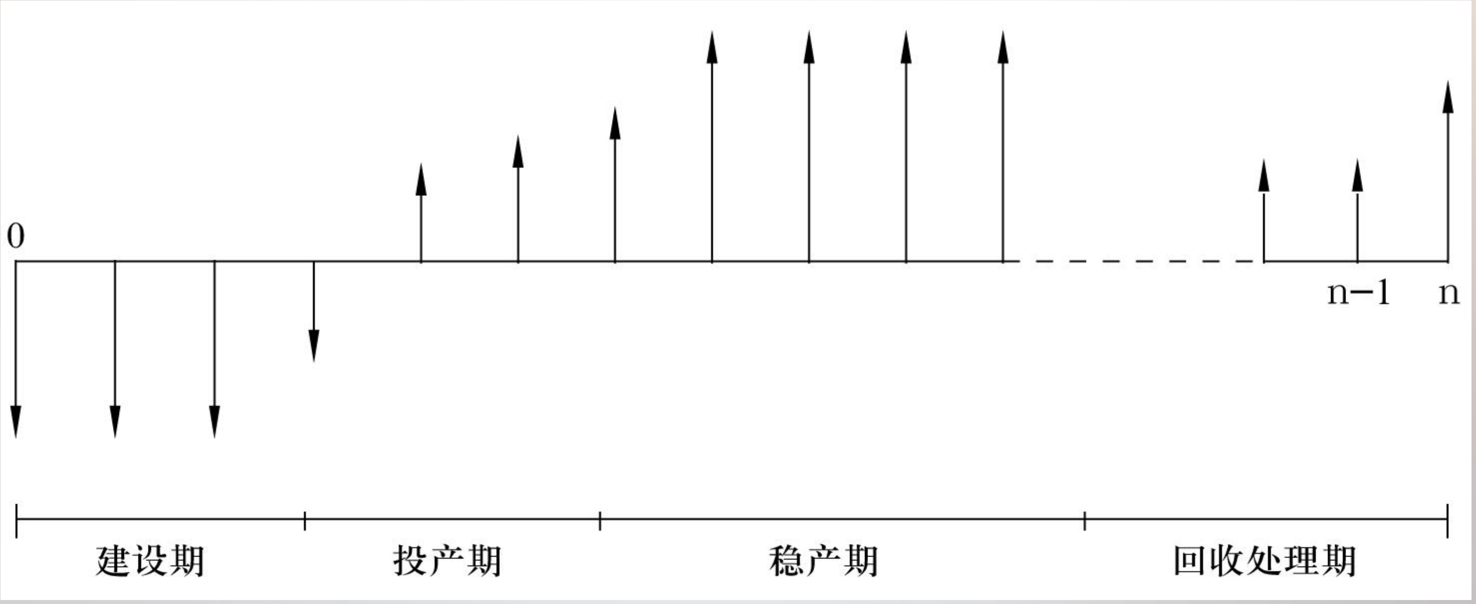
四、现金流量图

（一）现金流量的概念

在对项目进行技术经济分析时，一般不用会计利润的概念，而要计算现金流量。为了全面地考察新建工业项目的经济性，必须对项目在整个寿命期内的收入和支出进行研究。根据各阶段现金流动的特点，可把一个项目分为四个期间：建设期、投产期、稳定期和回收处理期，如图4-1。

建设期是指项目开始投资至项目开始投产获得收益之间的
一段时间；投产期是指项目投产开始至项目达到预定的生产能力的时间；稳产期是指项目达到生产能力后持续发挥生产能力的阶段；回收处理期是指项目完成预计的寿命周期后停产并进行善后处理的时期。

图4-1 新建工业项目的现金流量



- 现金流量是指企业现金流入和流出的数量。一定时期内现金流入量减去包括税金在内的现金流出量以后的差额，称为净现金流量。
- 现金流量的构成有两种表述方法：第一种是按现金流量发生的时间来表述；第二种是按现金的流入、流出来表述。

1. 按现金流量发生的时间，可把现金流量划分为如下三个部分：

（1）初始现金流量。是指开始投资时发生的现金流量，一般包括：固定资产的投资，即固定资产的购入或建造成本、运输成本和安排成本等；流动资产上的投资，即材料、燃料、低值易耗品，在产品、半成品、产成品、协作件以及商品等存货；其他投资费用，即与长期投资有关的职工培训费、谈判费、注册费用等。

（2）营业现金流量。是指投资项目投入使用后，在其寿命周期内由于生产经营所带来的现金流入和流出的数量。这种现金流量一般以年为单位进行计算：

年净现金流量=净利润+折旧

（3）终结现金流量。是指投资项目完结时所发生的现金流量。主要包括固定资产残值收入或变价收入；原有垫支在各种流动资产上的资金的收回；停止使用的土地变价收入等。

（二）现金流量图

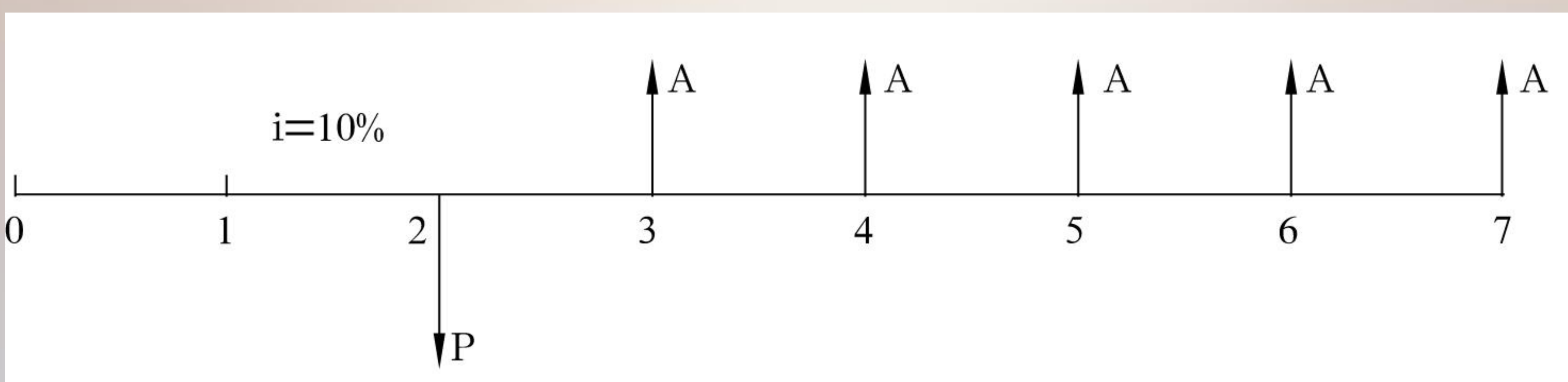
货币具有时间价值，资金的生命在于运动。因而在不同时间发生的资金支付，其价值是不相同的。这正如力学分析中的受力图上各个受力点上所施加的力或荷载，其效果是不同的一样。类似于受力图，我们可以将某个技术方案或投资方案现金收支情况绘成流量图（cash flow diagram），以便于进行经济效果分析。这里，现金流量图即是一种反映资金运动状态的图示。

现金流量图的作图方法和规则如下：

1. 横轴表示时间标度，时间自左向右推移，每一格代表一个时间单位（年、月、周等）。标度上的数字表示该期的期末数。如2表示第2年末，等等。第n期的终点是第n+1期的始点，如第2年末与第3年初恰好重合。
2. 箭头表示现金流动的方向，向上的箭头表示现金流入（现金的增加，包括收入、收益和借入的现金），流入为正现金流量；向下的箭头表示现金流出（现金的减少，包括支出、亏损和借出的现金），流出为负现金流量。
3. 现金流量图与立脚点有关。对于例4-1，从借款人的角度出发绘制的现金流量图和从贷款人的角度出发绘制的现金流量图分别见图4-2和图4-3。

例：某工厂计划在2年之后投资建一车间，需金额P；从第3年末起的5年中，每年可获利A，年利率为10%。试绘制现金流量图。

解：　该投资方案的现金流量图见图4-4。



五、资金的等值

（一）资金的等值的概念

对资金来说，资金具有时间价值，这一客观事实不仅告诉人们，一定数量的资金在不同时间代表着不同的价值，资金必须赋予时间概念，才能显示其真实的意义；而且也从另一方面提示我们，在不同时点的不同数量的资金就可以具有相同的价值，这就是资金等值的概念。

影响资金等值的因素有三个：

1金额；

2金额发生的时间；

3利率。

（二）现值、终值和时值

1. 现值（Present Value）

现值又叫期初值，为计息周期始点的金额。把未来时间收支的货币换算成现值，这种运算称为“折现”或“贴现”。实际上，折现是求资金等值的一种方法。

2．终值（Future Value）

终值又叫未来值、期终值。计算终值就是计算
资金的末利和。实际上，计算本利和也是求资金等值的一种方法。

表 4-6　现在一元钱的终值

i \ n	1 年	5 年	10 年	20 年
5%	1.05	1.28	1.63	2.65
10%	1.10	1.61	2.59	6.73
20%	1.20	2.49	6.19	38.34

第二节 资金时间价值复利计算的基本公式

一、一次支付终值公式

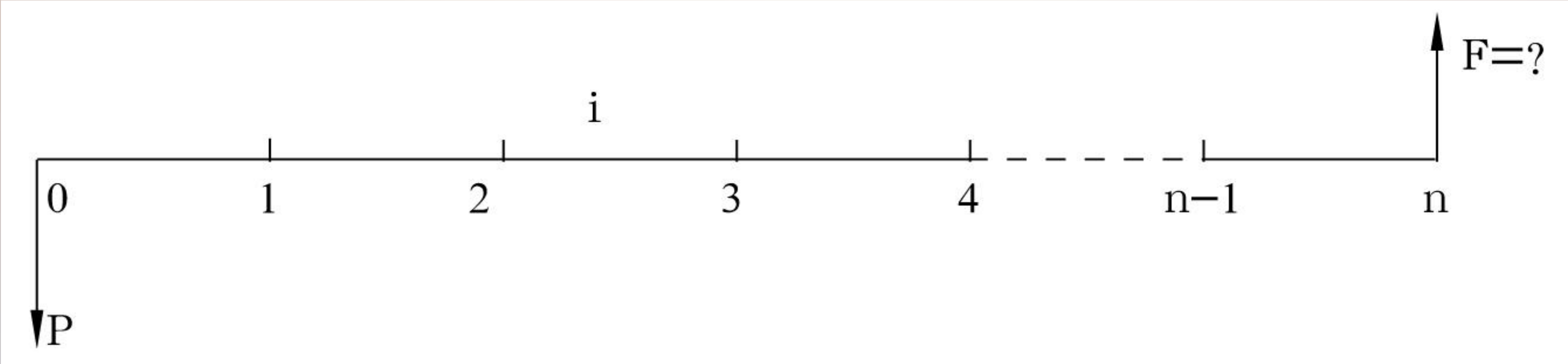
一次支付终值公式，即前面所介绍的复利计息本利和公式。

当投资一笔资金P，利率为i ，求n期后可收回多少金额F时；或者，当借入一笔资金P，利率为i，求n期后该偿还多少金额F时：

$$F=P(1+i)^n \tag{4-4}$$

式中，$(1+i)^n$称为一次支付终值系数，通常用符号（F/P，i，n）来表示。这样，（4-4）式可以写成：

$$F=P(F/P, i, n)$$



例：某建筑公司进行技术改造，98年初贷款100万元，99年初贷款200万元，年利率8%，2001年末一次偿还，问共还款多少元？

解：　先画现金流量图，如图4-6所示。

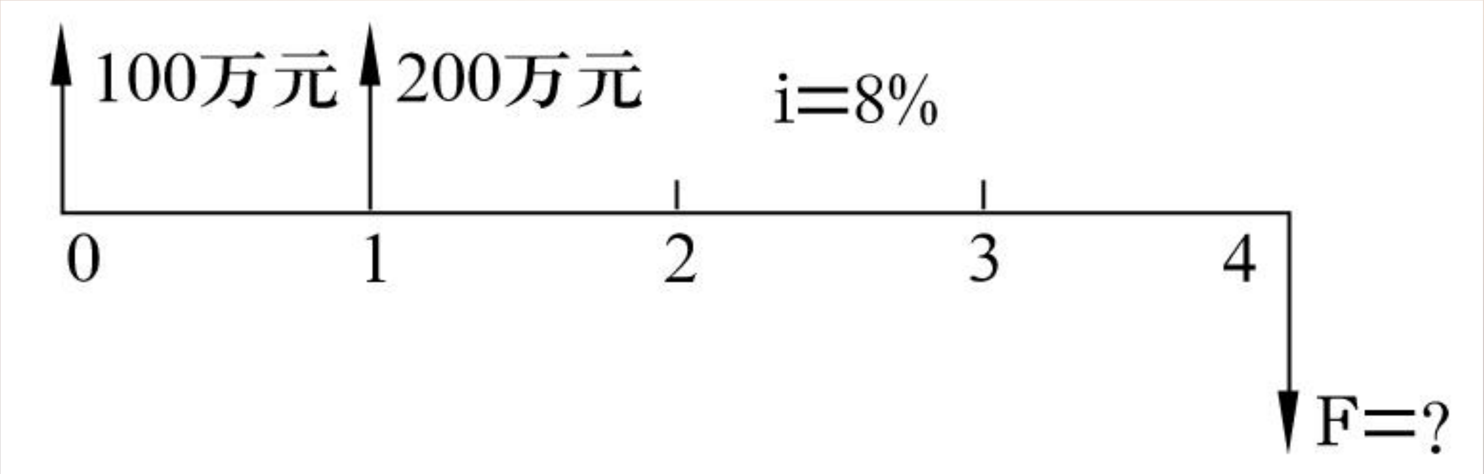
根据公式4-4得：

F=100（F/P，8%，4）+200（F/P，8%，3）

=100×1.3605+200×1.2597

=387.99（万元）

所以，4年后应还款387.99万元。


100万元
200万元
i=8%
0
1
2
3
4
F=?

二、一次支付现值公式

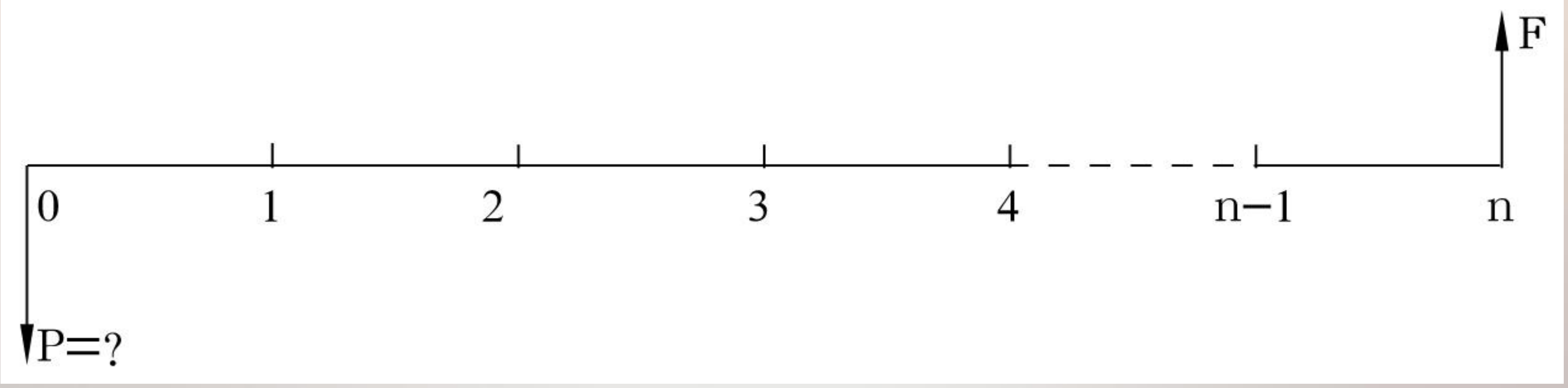
如果计划n年后积累一笔资金F，利率为i，问现在一次投资P应为多少？这个问题相当于已知终值F，利率i和计算期数n，求现值P？通过对式（4-4）进行变换，得到：

$$P = F\frac{1}{(1+i)^n} \qquad （4-5）$$

式中，$\frac{1}{(1+i)^n}$ 称为一次支付现值系数，并用符号（P/F，i，n）表示。这样，（4-5）式可写成：

P=F（P/F，i，n）

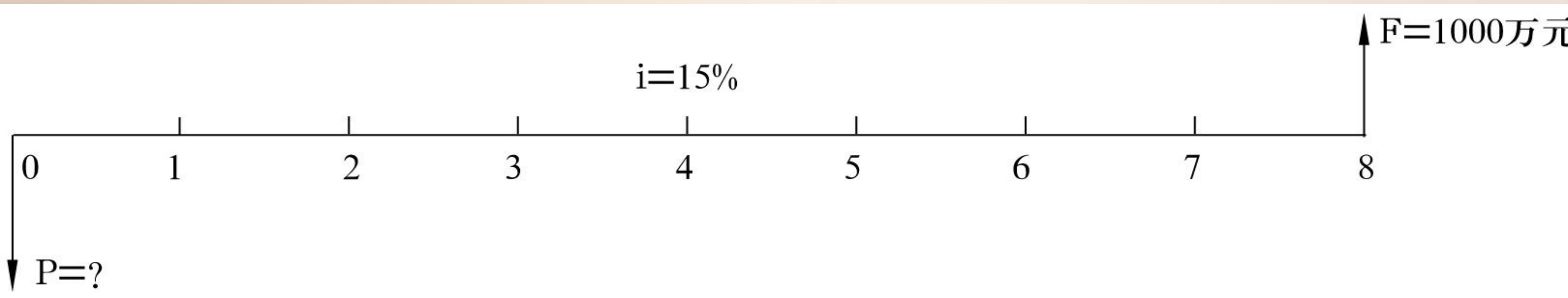
（4-5）式的现金流量图见图4-7。



F
0
1
2
3
4
n−1
n
P=?

例:某公司对收益率为15%的项目进行投资，希望8年后能得到1000万元，计算现在需投资多少？

解：先画现金流量图，见图4-8。



$$p = 1000 \times \frac{1}{(1+15\%)^8}$$

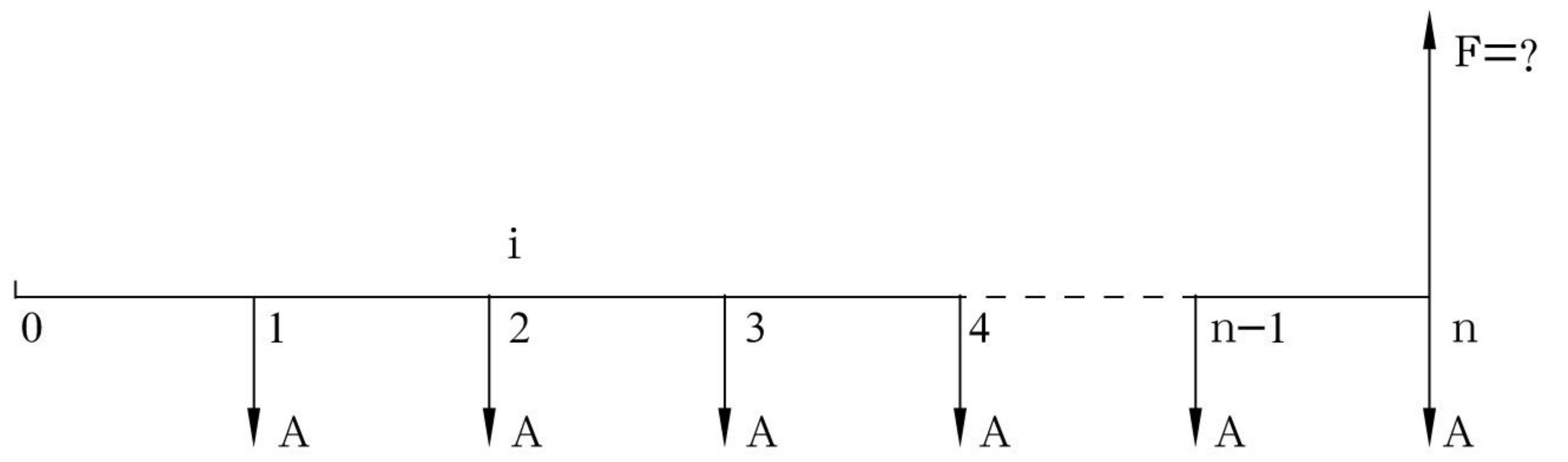
$$= 1000(P/F, 15\%, 8)$$

$$= 327万元$$

三、等额支付系列年金终值公式

等额支付系列年金终值涉及的问题是：以利率i，每年末等额存款A，n年后累计一次提取其终值F，问F为多少？另一种情况是，以利率i，每年末等额借额A，n年后累计一次还本付息，问本利和F为多少？这两种情况可归结为，已知逐年等额支付资金A（A称为年金），利率i和计息期数n，求终值（本利和）F。

第一种情况的现金流量图如图4-9所示。


F=?
i
0
1
2
3
4
n−1
n
A
A
A
A
A
A

$$F = A\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$ （4-6）

式中，$\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ 称为等额支付系列年金终值系数，可用符号（F/A，i，n）表示。这样，式（4-6）可写成：

F=A（F/A，i，n）

例:某建筑企业每年利润15万元，利率15%，问20年后总共有多少资金?

解：已知A=15万元，i=15%，n=20年，求F=?

F=15（F/A，i，n）

=15（F/A，15%，20）

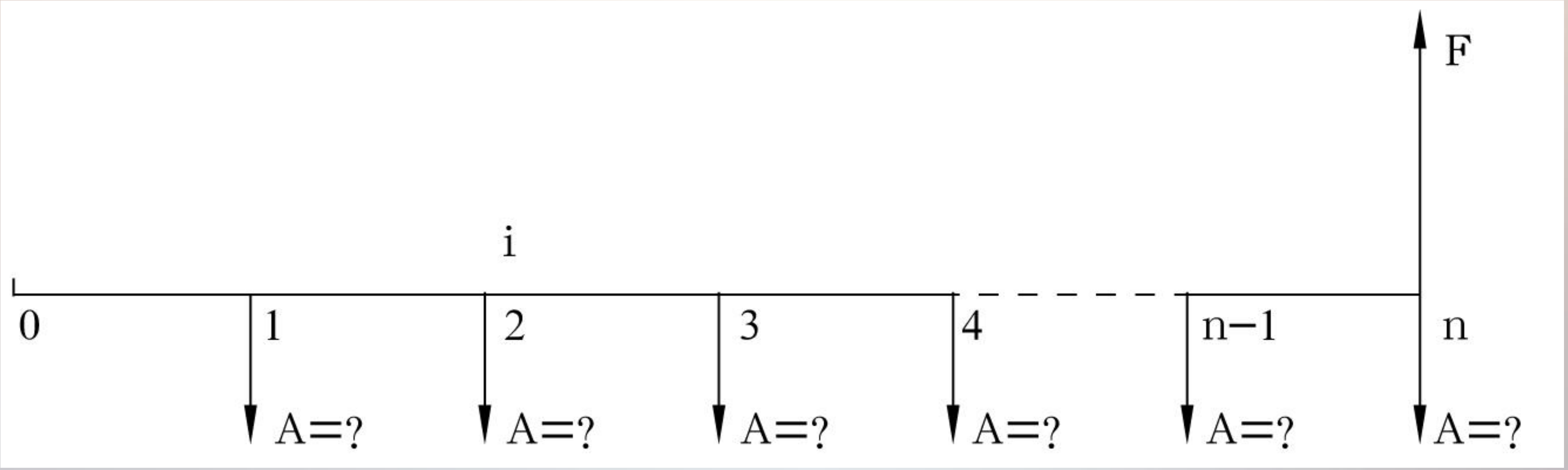
=15×102.443

=1536.6（万元）

所以20年后总共有1536.6万元。

四、等额支付系列积累基金公式

等额支付系列积累基金（或称存储基金、偿债基金）的问题是：为了在n年末筹措一笔基金F，利率为i，问每年末等额存储的金额A应为多少？即已知F，i，n，求A？这种情况的现金流量图如图4-10所示。



这种情况与等额支付年金终值公式的计算互为逆势运算，根据式（4-6）可变换成：

（4-7） $$A = F\frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

式中，$\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ 称为等额支付系列积累基金系数，可用符号（A/F，i，n）表示。这样，式（4-7）可写成：

F=A（F/A，i，n）

例：　某企业打算五年后兴建一幢5000m^2的住宅楼以改善职工居住条件，按测算每平方米造价为800元。若银行利率为8%，问现在起每年末应存入多少金额，才能满足需要？

解：已知F=5000×800=400（万元），i=8%，n=5，求A=？

A=400（A/F，i，n）

=400（A/F，8%，5）

=400×0.17046

=68.184（万元）

所以该企业每年末应等额存入68.184万元。

五、等额支付系列年金现值公式

如果逐年等额收入（或支出）一笔年金A，求n年末此收入（或支出）年金的现值总和时，这种情况就属于等额支付系列年金现值问题，相当于已知A，i和n，求P？

根据式（4-6）和（4-5），有，

$$F = A \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

即 $$P = \frac{F}{(1+i)^n} = A \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$ 有：（4-8）

$$P = A \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

式中，$\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ 称为等额支付系列年金现值系数，用符号（P/A，i，n）表示。因此（4-8）式又可表示为：

P=A（P/A，i，n）

例:某建筑公司打算贷款购买一部10万元的建筑机械，利率

为10%。据预测此机械使用年限10年，每年平均可获净利润2万元。问所得净利润是否足以偿还银行贷款?

解：　已知A=2万元，i=10%，n=10年，求P是否大于或等于10万元?

P=2（P/A，10%，10）

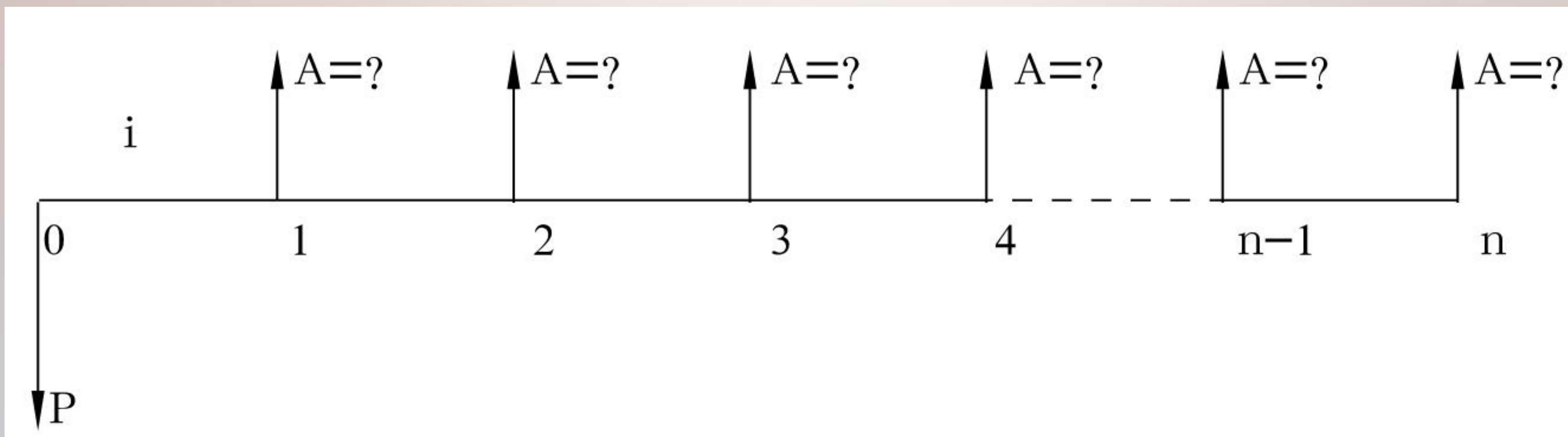
=2×6.1445

=12.289(万元)>10万元。

因此所得净利润足以偿还银行贷款。

六、等额支付系列资金回收公式

这一问题涉及两种情况：一种情况是，以利率i投资一笔资金，分n年等额回收，求每年末可收入多少？另一种情况是，以利率i借入一笔资金，计划分n年等额偿还，求每年末应偿还多少？这相当于已知现值P，利率i和计息期数n，求年金A？第一种情况的现金流量如图4-11所示。



- 通过对式（4.8）的变换，得到等额支付资金回收公式：
-
- $$A = P \cdot \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$
  （4.9）

- 式中，$\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ 称为等额支付系列资金回收系数，用符号（A/P，i，n）表示。因此（4.9）式可以表示为：
- A=P（A/P，i，n）

例：某建设项目的投资打算用国外贷款，贷款方式为商业

信贷，年利率20%。据测算投资额为1000万元，项目服务年限20年，期末无残值。问该项目年平均收益为多少时不至于亏本？

解：已知P=1000万元，i=20%，n=20年，求A=?

A=1000（A/P，20%，20）

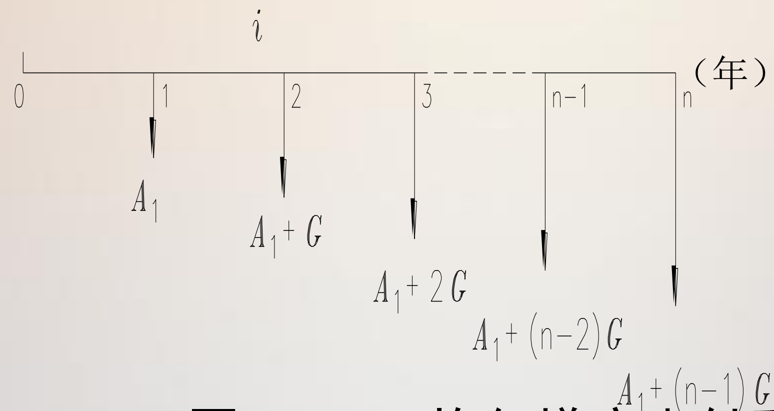
=1000×0.2054

=205.4（万元）

所以该项目年平均收益至少应为205.4万元。

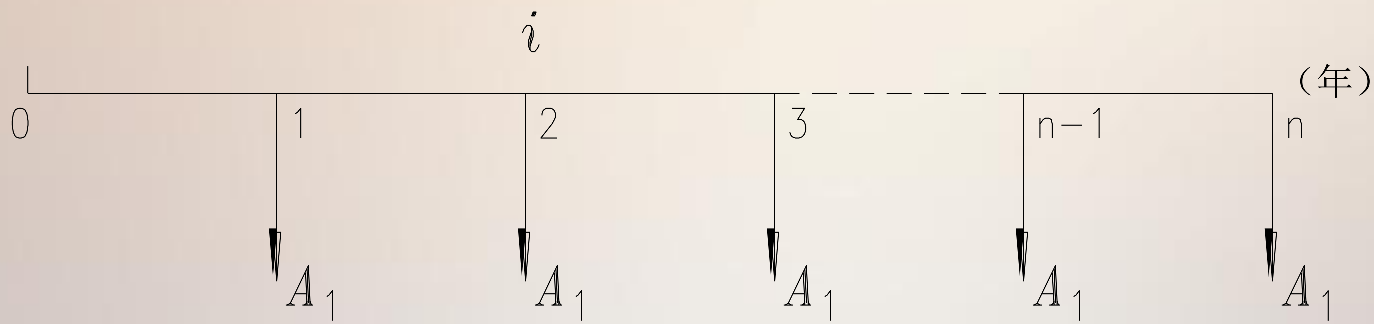
- **七、均匀梯度支付系列公式**

均匀梯度支付系列的问题是属于这样一种情况，即每年以一固
定的数值（等差）递增（或递减）的现金支付情况。如机械设备由于老化而每年的维修费以固定的增量支付等。这种情况的现金流量图如图4-12所示。

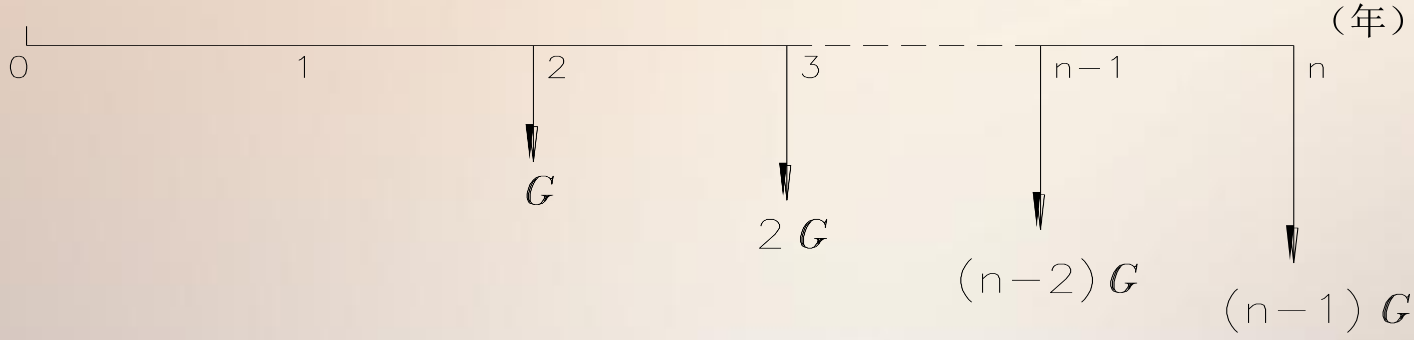


- 图4—12 均匀梯度支付系列现金流量图

- 如果我们把图4-12的均匀梯度支付系列现金流量图分解成由两个系列组成的现金流量图，一个是等额支付系列，年金为A1（如图4-13所示），另一个是0，G，2G，……，（n-1）G组成的梯度系列（如图4-14所示）。



-
- 图4—13　等额支付系列
-
-



- 图4—14 梯度系列

- 设等额支付系列的终值为F1，梯度系列的终值为F2。根据图4-14，梯度系列终值F2为：
- F2=G（F/A，i，n-1）+G（F/A，i，n-2）+G(F/A，i，n-3)+⋯⋯
  +G（F/A，i，2）+G（F/A，i，1）

$$= \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right] - \frac{nG}{i}$$

从而F=F1+F2

$$= A_1 \cdot \frac{(1+i)^n-1}{i} + \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right] - \frac{nG}{i}$$

$$= \left(A_1 + \frac{G}{i}\right)\frac{(1+i)^n-1}{i} - \frac{nG}{i}$$

（4.10）

- 用符号表示，上式还可写成：
- F=（A_1+ $\frac{G}{i}$）（F/A，i，n）$-\frac{nG}{i}$

- 均匀梯度支付系列的现值和等值年金的计算，可以在式（4.10）的基础上，再按一次支付和等额支付系列的公式进一步求解。

- P=F（P/F，i，n）=（A_1+ $\frac{G}{i}$）$\cdot\frac{(1+i)^n-1}{i}\cdot\frac{1}{(1+i)^n} - \frac{nG}{i}\cdot\frac{1}{(1+i)^n}$

- =（A_1+ $\frac{G}{i}$）（P/A，i，n）- $\frac{nG}{i}$（P/F，i，n）　　　　（4.11）

- 均匀梯度支付等值年金公式为：

- A=A_1+F2（A/F，i，n）

- =A_1+ $\left[\frac{G}{i}\cdot\frac{(1+i)^n-1}{i}-\frac{nG}{i}\right]$（A/F，i，n）

- =A_1+ $\frac{G}{i}$ - $\frac{nG}{i}$（A/F，i，n）　　　　（4.12）

- [例4-9]　某类建筑机械的维修费用，第一年为200元，以后每年递增50元，服务年限为十年。问服务期内全部维修费用的现值为多少？（i=10%）

解：已知A_1=200元，G=50元，i=10%，n=10年，求均匀梯度支付现值P=?

- 由公式4-11
- $P = \left(A_1+\frac{G}{i}\right)(P/A, i, n) - \frac{nG}{i}(P/F, i, n)$
- =（200+）（P/A，0.1，10）-（P/F，0.1，10）
- =700×6.1445-5000×0.3855
- =2373.65（元）

- [例4-10]　设某技术方案服务年限8年，第一年净利润为10万元，以后每年递减0.5万元。若年利率为10%，问相当于每年等额盈利多少元？
- 解：　已知A_1=10万元，递减梯度量0.5万元，n=8年，i=10%，求均匀梯度支付（递减支付系列）的等值年金A？

- $A=A_1-\frac{G}{i}+\frac{nG}{i}$（A/F，i，n）
- =10−5+40×0.0874
- =8.5(万元)

第三节 名义利率和实际利率

一、名义利率与实际利率的概念

所谓名义利率，一般是指按每一计息期利率乘上一年中计息期数计算所得的年利率。例如每月计息一次，月利率为1%，也就是说一年中计息期数为12次，每一计息期（月）利率为1%。于是，名义利率等于1%×12=12%。习惯上称为“年利率为12%，每月计息一次”。

所谓（年）实际利率，一般是指通过等值换算，使计息期与利率的时间单位（一年）一致的（年）利率。显然，一年计息一次的利率，其名义利率就是年实际利率。对于计息期短于一年的利率，二者就有差别。

［例4-11］设本金P=100元，年利率为10%，半年计息一次，求年实际利率。

解： 已知名义利率r=10%，计息期半年的利率为，于是年末本利和应为：

F=P（1+i）n=100（1+5%）2

=110.25（元）

年利息额=F-P=110.25-100

=10.25(元)

年实际利率=

$$\frac{\text{年利息额}}{\text{本金}}=\frac{10.25}{100}=10.25\%$$

二、名义利率与实际利率的关系。

设P为本金，F为本利和，n为一年中计息期数，I为实际利率，r为名义利率，r/n为计息期的实际利率，根据一次支付终值公式，年末本利和为：

$$F=P\left(1+r/n\right)^{n}$$

而年末利息额则为本利和与本金之差：

$$P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n}-P$$

又按定义，利息与本金之比为利率，则年实际利率为：

$$i=\frac{P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n}-P}{P}=\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n}-1 \qquad (4\text{-}13)$$

例：某公司向国外银行贷款200万元，借款期五年，年利率为15%，但每周复利计算一次。在进行资金运用效果评价时，该公司把年利率（名义利率）误认为实际利率。问该公司少算多少利息？

解：　该公司原计算的本利和为：

$F' = 200（1+0.15）^5 = 402.27$(万元)

而实际利率应为：

$i =（1+0.15/52）^{52} - 1 = 16.16\%$

这样，实际的本利和应为：

$F = 200(1+0.1616)^5 = 422.97$(万元)

少算的利息为：

$F - F' = 422.97 - 402.27$

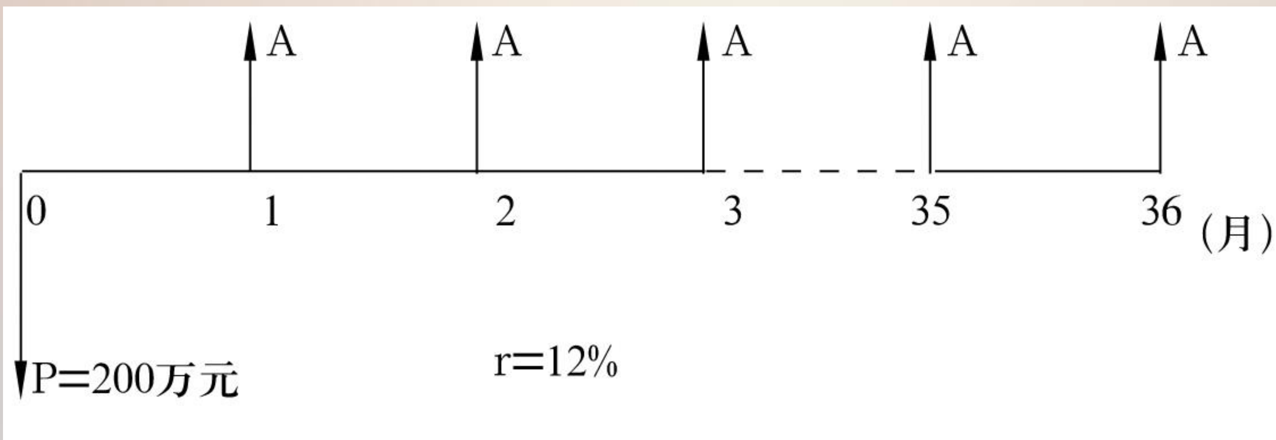
$= 20.70$(万元)

三. 瞬时复利的年实际利率

$$i=\lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{r}{n}\right)^{\frac{n}{r}}\right]^{r}-1$$

$$=e^{r}-1$$

例:某企业向银行贷款200万元，名义利率为12%，要求每月计息一次，每月末等额还款，三年还清，问每月偿还多少？



解：　画现金流量图

已知 P=200 万元，n=3×12=36 月，r=12%，则 $i_{月}$=1%，求 A=?

根据式（4-9）

$$A=P\cdot\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}=200\cdot\frac{1\%(1+1\%)^{36}}{(1+1\%)^{36}-1}$$

=200×0.033214=6.6428(万元)

可知三年内每月等额偿还 6.6428 万元。

例：　上例中如果要求每年末等额偿还，三年还清，每月计息一次，问每年偿还多少？

解：　　由名义利率 12%求实际利率：

$$i=\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n}-1=\left(1+\frac{12\%}{12}\right)^{12}-1$$

=12.6825%

根据式（4-9）

$$A = P \cdot \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$= 200 \times \frac{12.6825\%(1+12.6825\%)^3}{(1+12.6825\%)^3 - 1}$$

$=200 \times 0.42124=84.248$(万元)

所以每年应偿还 84.248 万元。

第四节 资金时间价值基本公式的应用

一、计算货币的未知量

例：某企业现在贷款10000元，年利率为6%，十年内偿还完毕，试确定下列四种偿还方案的偿还数额。

方案Ⅰ：于每年年底偿还利息600元，最后一次偿还本利10600元。

方案Ⅱ：每年除偿还利息外，还归还本金1000元，十年到期全部归还。

方案Ⅲ：将本金加十年利息总和均匀分摊于各期中。

方案Ⅳ：十年末本利一次偿还。

解：计算结果见表4-8所示。

表4-8　　四种等值偿还贷款方案　（单位：元）

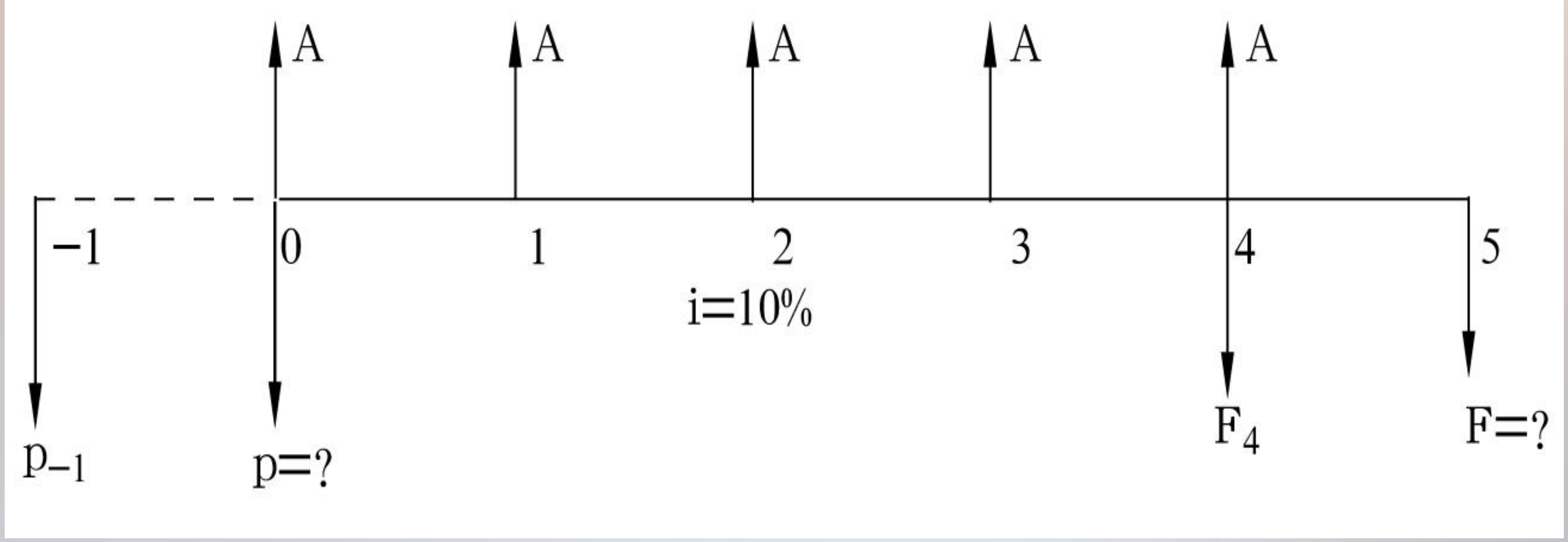
年数	贷款年	四种等值的偿还方案			
	10 000	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
0		600	1600	1359	
1		600	1540	1359	
2		600	1480	1359	
3		600	1420	1359	
4		600	1360	1359	

5		600	1360	1359	
6		600	1300	1359	
7		600	1240	1359	
8		600	1180	1359	
9		600	1120	1359	
10		10600	1060	1359	17910
合 计		16000	13300	13590	17910

- 由计算结果可看出，四个方案偿还的总值是不相同的，这四个不同偿还方案与10000元本金是等价的。
- 从投资者立场来看，四种方案中任何一种都可以偿付他现在的投资。从贷款者的立场来看，只要他同意在今后以四种方式中的任何一种来偿还，他今日都可得到10000元的使用权。

例:某工程项目建设采用银行贷款，贷款数额为每年初贷款100万元，连续五年向银行贷款，年利率10%，求五年贷款总额的现值及第五年末的未来值各为多少?

解：画出现金流量图，见下图。



已知A=100万元，i=10%，求P，F=?

解法1：先求P-1，再求P，F

P-1=A（P/A，10%，5）=100×3.7908=379.08(万元)

P=P-1（F/P，10%，1）=379.08×1.1000=416.99（万元）

F=P-1（F/P，10%，6）=379.08×1.7716=671.58（万元）

解法2：先求F4，再求P，F

F4=A（F/A，10%，5）=100×6.1051=610.51（万元）

P=F4（P/F，10%，4）=610.51×0.6830=416.98（万元）

F=F4（F/P，10%，1）=610.51×1.1000=671.56（万元）

二、计算未知利率

在计算技术方案的等值时，有时会遇到这样一种情况：即

现金流量P、F、A以及计算期n均为已知量，而利率i为待求的未知量。比如，求方案的收益率，国民经济的增长率等就属于这种情况。这时，可以借助查复利表利用线性内插法近似地求出i来。

例:已知现在投资300元，9年后可一次获得525元。求利率i为多少？

解：利用式（4—4）

F=P（F/P，i，n）

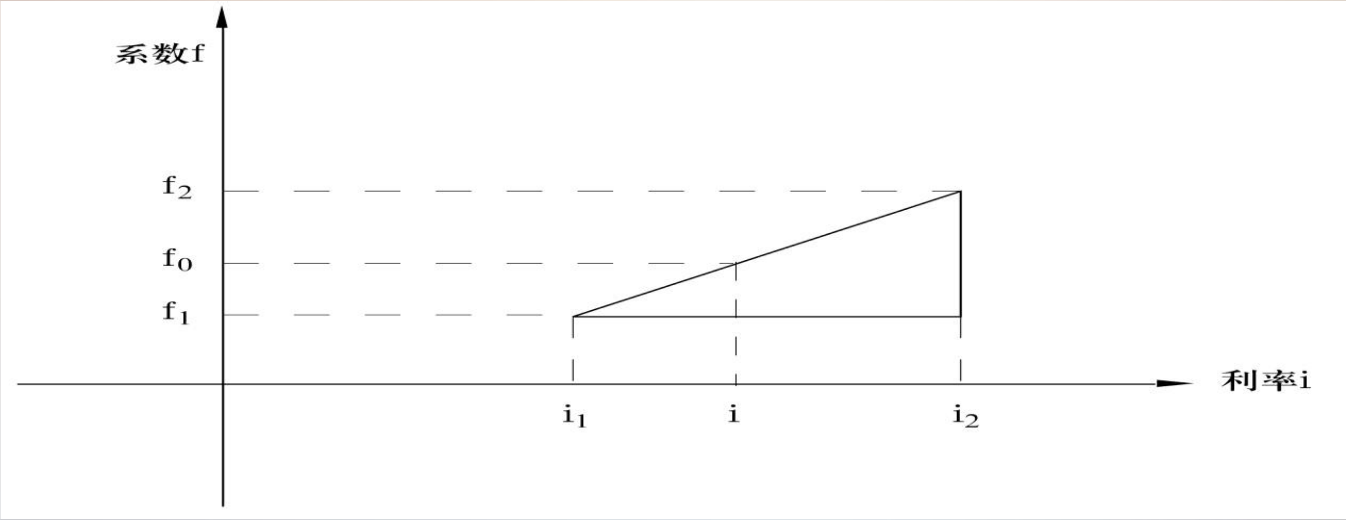
525=300（F/P，i，9）

（F/P，i，9）==1.750

从复利表上查到，当n=9时，1.750落在利率6%和7%之间。从6%的位置查到1.689，从7%的位置上查到1.838。用直线内插法可得：

i=6%+(1.750-1.6895)(7%-6%) =6.41%

- 计算表明，利率i为6.41%。
- 把上述例子推广到一般情况，我们设两个已知的现金流量之比（F/P，F/A或P/A等）对应的系数为f_0，与此最接近的两个利率为i_1和i_2，i_1对应的系数为f_1，i_2对应f_2。见图4-17。 系数f_0与利率i的对应图



根据图4-17，求利率i的的算式为：

$$i=i_1+\frac{(f_0-f_1)(i_2-i_1)}{f_2-f_1} \qquad (4—15)$$

例：某公司欲买一台机床，卖方提出两种付款方式：
（1）若买时一次付清，则售价30000元；
（2）买时第一次支付10000元，以后24个月内每月支付1000元。

当时银行利率为12%，问若这两种付款方案在经济上是等值的话，那么，对于等值的两种付款方式，卖方实际上得到了多大的名义利率与实际利率?

解：两种付款方式中有10000元现值相同，剩下20000元付款方式不同，根据题意：

已知P=20000元，A=1000元，n=24个月，求月利率i＝？

P=A（P/A，i，n）

20000=1000（P/A，i，24）

（P/A，i，24）=20=f0

查复利表：

当i1=1%时，（P/A，1%，24）=21.243=f1

i2=2%时，（P/A，2%，24）=18.914=f2

说明所求月利率i介于i1与i2之间，利用公式（4—15）：

$$i=i_1+\frac{(f_0-f_1)(i_2-i_1)}{f_2-f_1}=1\%+\frac{(20-21.243)(2\%-1\%)}{18.9140-21.2430}=1\%+0.534\%=1.534\%$$

那么卖方得到年名义利率：

r=12×1.534%=18.408%

卖方得到年实际利率：

$$i=(1+r/n)^{n}-1=\left(1+\frac{18.408\%}{12}\right)^{12}-1$$

$$=(1+0.01534)^{n}-1=20.04\%$$

由于上述的名义利率18.408%和实际利率20.04%都高于银行利率12%，因此，第一种付款方式对买方有利，作为卖方提出两种付款方式，则买方应选择第一种。而第二种付款方式对卖方有利，按银行利率，卖方所得的现值为：

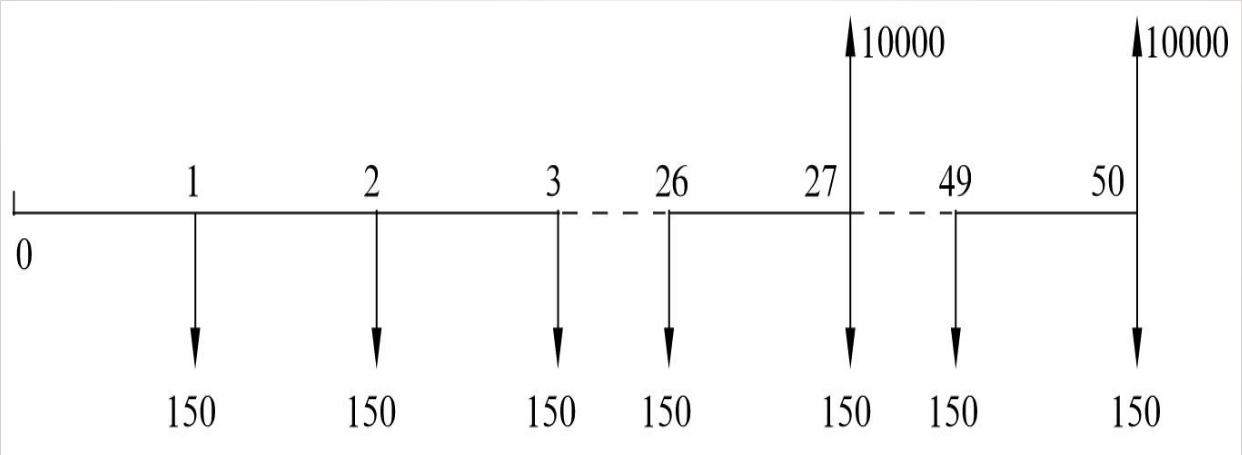
P=P1+A（P/A，i，n）

=10000+1000(P/A，1%，24)

=31243.4（元）

例： 设有一个25岁的人投资人身保险，保险期50年，在这段期间，每年末缴纳150元保险费，在保险期间内，若发生人身死亡或期末死亡，保险人均可获得10000元。问投这段保险期的实际利率？若该人活到52岁去世，银行年利率为6%，问保险公司是否吃亏？

解：先画现金流量图如图4-18。



已知A=150元，F=10000元，n=50年，求i=?

根据公式（4.6）

F=A（F/A，i，n）

10000=150（F/A，i，50）

（F/A，i，50）=66.667=f0

查复利表：

i1=1%时，（F/A，1%，50）=64.463=f1

i2=2%时，（F/A，2%，50）=84.579=f2

说明所求i介于i1与i2之间，利用公式（4.14）：

$$i = i_1 + \frac{(f_0 - f_1)(i_2 - i_1)}{f_2 - f_1} = 1\% + \frac{66.667 - 64.463}{84.5790 - 64.4630}(2\% - 1\%)$$

$=1\%+0.11\%=1.11\%$

所以,50年保险期的实际利率为1.11%。

若此人活到52岁就去世了，则在保险期内的第27年保险公司要赔偿10000元，看其是否吃亏，就与存银行所得本利和作比较：

F=A（F/A，i，n）

=150(F/A，6%，27)

=150×63.706

=9555.9（元）

保险公司亏损：10000-9555.9=444.1（元）

可见此人投保期间的实际利率只有1.11%，若此人52岁时去世了，则保险公司就亏444.1元。

说明社会保险是一项社会福利事业，如果社会投保面广，经营得当，也是盈利大的事业。

三、计算未知年数

在计算技术方案的等值中另一种可能的情况是：已知方案现金流量P、F或A，以及方案的利率i，而方案的计算期n为待求的未知量。例如，要求计算方案的投资回收期，借款清偿期就属于这种情况。这时仍可借助查复利表，利用线性内插法近似地求出n来。其求解基本思路与计算未知利率大体相同。

例：假定国民经济收入的年增长率为10%，如果使国民经济收入翻两番，问从现在起需多少年？

解：设现在的国民经济收入为P，若干年后翻两番则为4P，由式（4—4）

F=P（F/P，10，n）

4P=P（F/P，10%，n）

（F/P，10%，n）=4

当i=10%时，4落在年数14年和15年之间。当n=14年时，

（F/P，10%，14）=3.7975，当n=15上时，

（F/P，10%，15）=4.1772。

用直线内插法得到：

$$n = n_1 + \frac{(4-3.7975)(15-14)}{4.1772-3.7975}\text{年} = 14.53\text{年}$$

上述的例子推广到一般情况，仿照式（4－14），可得出：

$$n = n_1 + \frac{(f_0-f_1)(n_2-n_1)}{f_2-f_1} \qquad (4—16)$$

例：　某企业向外资贷款200万元建一工程，第三年投产，投产后每年净收益40万元，若年利率10%，问投产后多少年能归还200万元贷款的本息。

解：先画出现金流量图（图4-19）。

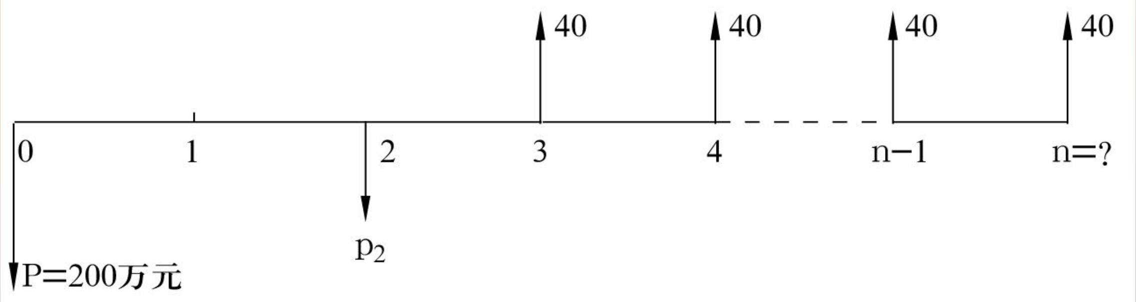


图4-19　现金流量图

为使方案的计算能利用公式，将第二年末（第三年初）作为基期，计算F2。

P2=200（F/P，10%，2）

=200×1.210=242（万元）

然后，利用式（4—8）计算从投产后算起的偿还期n。

P=A（P/A，10%，n）

242=40（P/A，10%，n）

（P/A，10%，n）= $\frac{242}{40}$ =6.05

在i=10%的复利表上，6.05落在第9年和第10年之间。

当n_1=9时，（P/A，10%，9）=5.759；

当n_2=10时，（P/A，10%，10）=6.144。

根据式（4—15），有

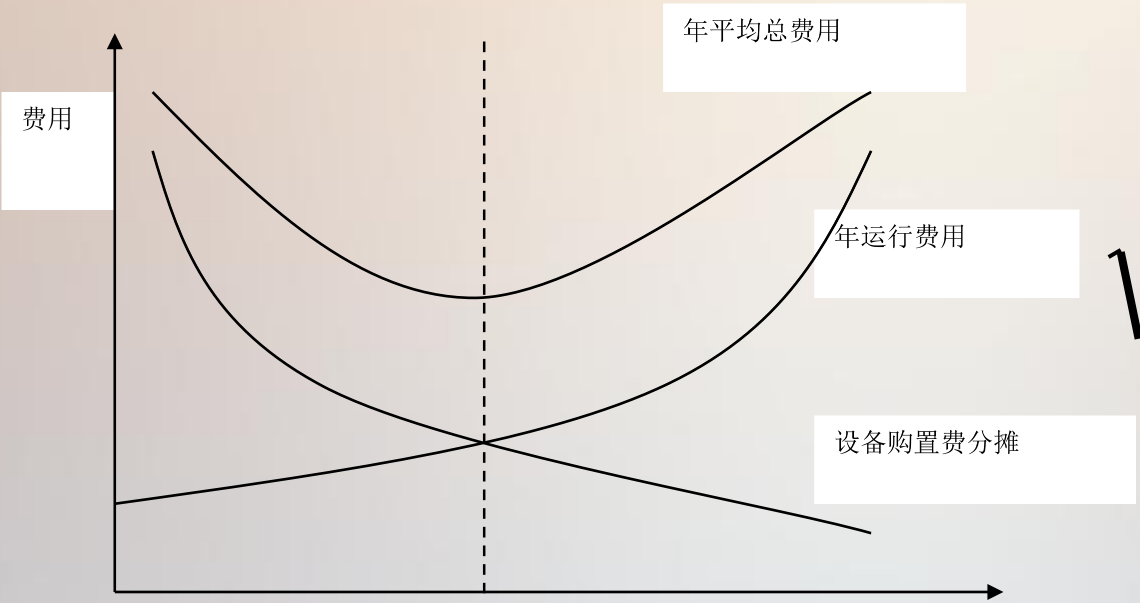
$$n=n_1+\frac{(f_0-f_1)(n_2-n_1)}{f_2-f_1}=[9+\frac{(6.05-5.759)(10-9)}{6.1446-5.759}]年$$

$$=9.7547年$$

即投产后9.756年后能全部还清货款的本息。

三、不同条件下设备更新与选择的技术经济分析

（一）设备原型更新的技术经济分析



$$\sqrt{\frac{2(P0-Pt)}{\lambda}}$$

图10-8　设备的经济寿命